Tuule ja lainetuse andmete analüüsi elemente

ehk mõned matemaatilise statistika lihtsad rakendused

Tarmo Soomere

TUUL

(puhub sealt, kust tema tahab, aga mitte sealt, kust meile sobiks)

Mõjutab merd ja rannikut mitmel moel

- Hoovused (kaugmõju)
- lained (kaugmõju),
- liigutab pinnast
- tekitab tuule-erosiooni
- 'ehitab' luiteid

Rannik ja meri mõjutavad tuult

- Otseselt: erineva karedusega pinnad: mets, järsakud
- kaudselt: maa/mere erinev temperatuur → briis, õhumasside liikumise üldine muster

Tuul on igal hetkel ja igas kohas
(i) anisotroopne: puhub konkreetsest suunast
(ii) kirjeldatav vähemalt kahe parameetriga (vektor)

Tuult iseloomustavad:

Üldisem

Keskmised parameetrid (kiirus? suund?)
Jaotus suundade järgi
Ekstreemsed parameetrid (incl. maksimaalne kiirus eri suundadest)
Kestvus
Puhangulisus
Ajaline dünaamika
Ruumiline dünaamika

Täpsem

Klassikalise tuuleandmed: andmete homogeensuse ja esinduslikkuse mure

- Iga 3 (6) tunni tagant vähestes punktides
- 10 minuti keskmine (varem 2 minuti)
- tuulelipuga silma järgi (kuni ca 1970)
- anemorumbomeeter alates 1970
- automaatne registreerimine alates 199?
- 8 rumbi kuni ca 1970
- 16 rumbi (?) ca 1970-1990
- 36 rumbi alates ca 1990

Tuult iseloomustavad:

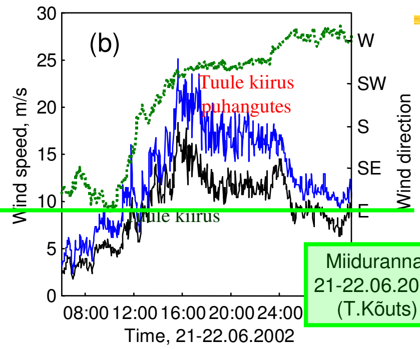
Üldisem

Keskmised parameetrid (**kiirus**? suund?)

Täpsem

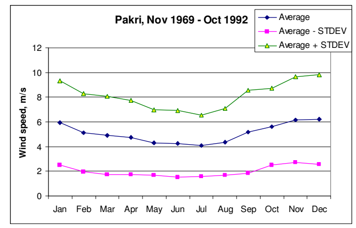
Mõõdetud tuul: muutub pidevalt

Keskmine tuule kiirus



Miiduranna, 21-22.06.2003 (T.Kõuts)

Keskmine: sõltub definitsioonist ning muutub ruumis ja ajas

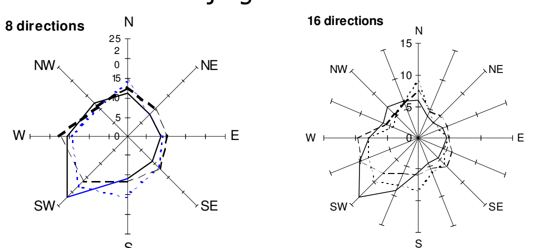


Tuule kiiruse sesoonne muutlikkus: Pakri

Tuult iseloomustavad:

Keskmised parameetrid (kiirus? **~~suund~~**?)

Jaotus suundade järgi: tuuleroos



Pidevjoon: Näsudden, katkendjoon: Ristna, punktiir: Vilsandi

Tuult iseloomustavad:

Üldisem

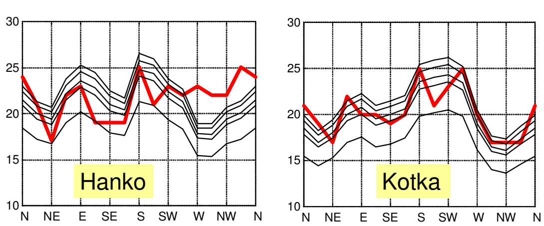
Keskmised parameetrid (**kiirus**? suund?)

Jaotus suundade järgi

Ekstreemsed parameetrid (incl. maksimaalne kiirus eri suundadest)

Täpsem

Ekstreemne tuul: erinev eri suundadest



- Maksimaalne tuule kiirus erinevatest suundadest: mõõdetud 1960-2000 (punane) ja hinnatud kord 1, 10, 20, 50 või 100 aaste kestel
- (Üsna tundlik suurus)

Tuult iseloomustavad:

Üldisem

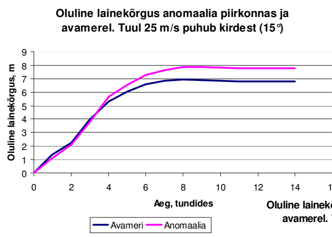
Keskmised parameetrid (**kiirus**? suund?)

Jaotus suundade järgi

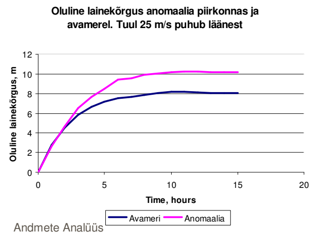
Ekstreemsed parameetrid (incl. maksimaalne kiirus eri suundadest)

Kestvus

Täpsem



Tekkiva lainetuse intensiivsus: sõltub tuule kestvusest üsna keerukal moel



Tuult iseloomustavad:

Üldisem

Keskmised parameetrid (**kiirus**? suund?)
Jaotus suundade järgi
Ekstreemsed parameetrid (incl. maksimaalne kiirus eri suundadest)
Kestvus
Puhangulisus
Ajaline dünaamika

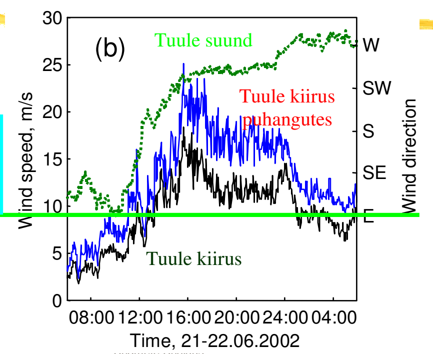
Täpsem

Puhangulisus: oluline lainete jaoks

- Aadria merel: kaks võimalikku tugevat tuult
  - Üks väga ühtlane → lainekõrgused tagasihoidlikud (võrreldes tuule kiirusega)
  - Teine: väga puhanguline → suhteliselt kõrged lained
- Põhjus: laineid tekitab tuule / õhurõhu ebaühtlus

Puhangulisus & ajaline dünaamika

Keskmine tuule kiirus



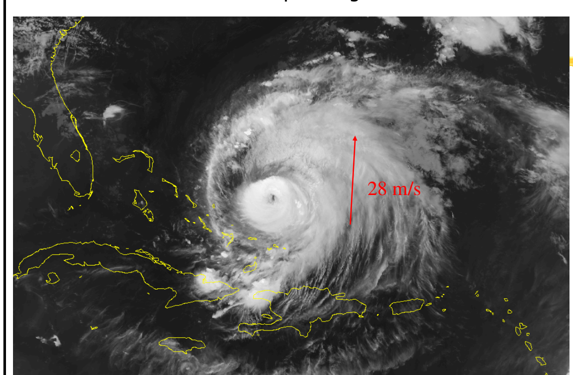
Tuult iseloomustavad:

Üldisem

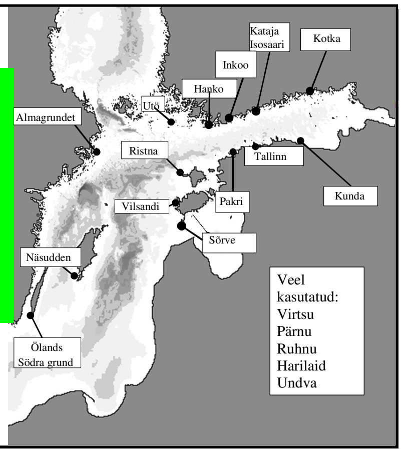
Keskmised parameetrid (**kiirus**? suund?)
Jaotus suundade järgi
Ekstreemsed parameetrid (incl. maksimaalne kiirus eri suundadest)
Kestvus
Puhangulisus
Ajaline dünaamika
Ruumiline dünaamika

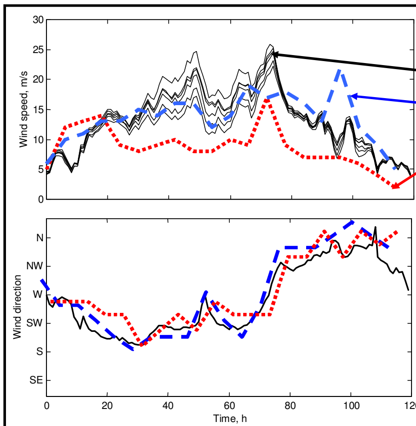
Täpsem

Tuul suurtel merealadel: – puhub igas kohas ise suunast



Mõned meteo-jaamad, millede andmeid on analüüsis tarvitatud



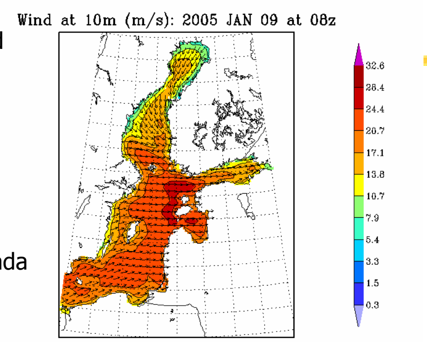


Tuul Gotlandil, Vilsandil, Ristnas

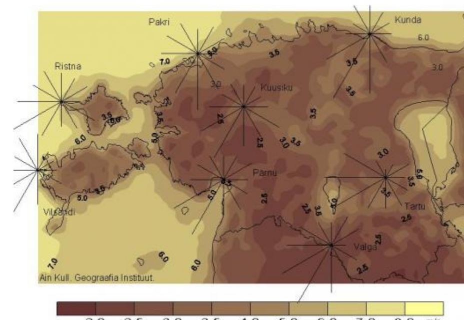
26.-30.10.1988

Väiksematel merealadel: *teatav* sünkroonsus

Tuulemustrid Läänemerel: prognoos 7. jaanuari hilisõhtul: sünkroonsus kogu Läänemerel võib tähendada ekstreemset tormi



Tuule keskmine kiirus Eestis: varieerub suurtes piirides



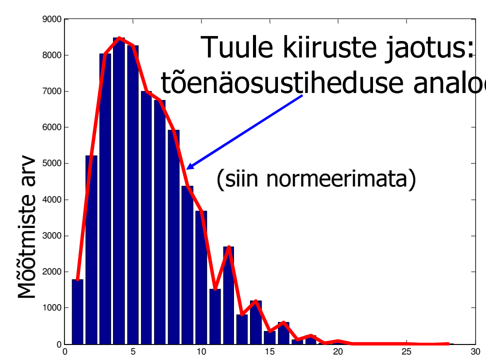
tuulepargid. ee

Veidi täpsem statistika ehk kui sageli on mingi kiirusega tuult oodata: Vilsandi 1969-1999

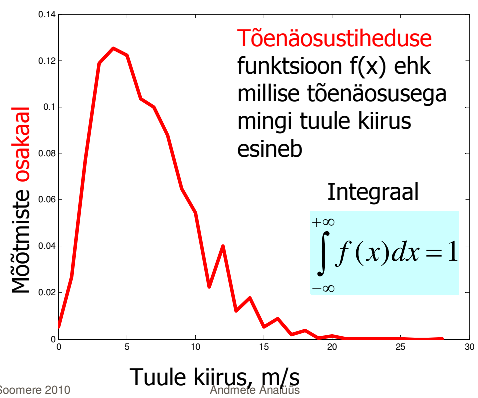
Tuule kiirus, m/s	Mõõdetud
0	356
1	1799
2	5216
3	8030
4	8473
5	8254
6	7003
7	6746
8	5934

Tuule kiirus, m/s	Mõõdetud
9	4381
10	3684
11	1513
12	2699
13	820
14	8254
15	1203
16	354
17	595

Tuule kiiruste jaotus: tõenäosustiheduse analoog



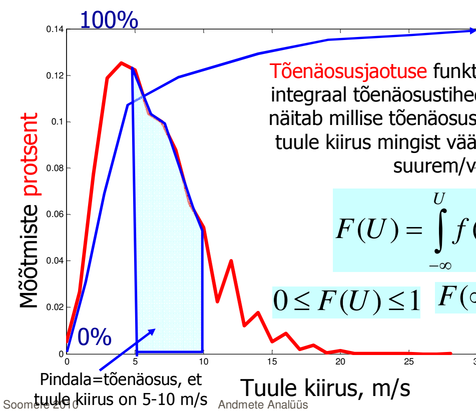
Tuule kiirus, m/s



Tõenäosustiheduse funktsioon f(x) ehk millise tõenäosusega mingi tuule kiirus esineb

Integraal

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$$



Tõenäosusjaotuse funktsioon – integraal tõenäosustihedusest, näitab millise tõenäosusega on tuule kiirus mingist väärtusest suurem/väiksem

$$F(U) = \int_{-\infty}^{U} f(x)dx$$

$$0 \le F(U) \le 1 \qquad F(\infty) = 1$$

Tuntud jaotused: normaaljaotus

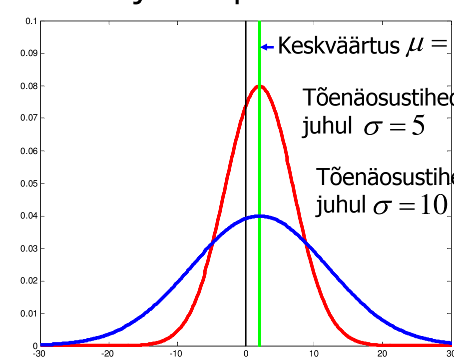
tõenäosustihedus $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$

Keskväärtus ehk matemaatiline ootus: μ

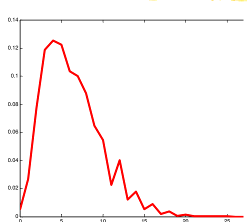
Dispersioon ehk hajuvus ehk ruutkeskmine erinevus keskväärtusest: keskväärtus suurusest $(x-\mu)^2$

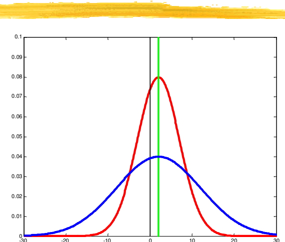
(kui keskväärtus on null, nagu pinnalainete puhul, siis lihtsalt ~mõõtmistulemuste ruutude keskmine; iseloomustab tulemuste hajuvust keskmise suhtes

Normaaljaotus pildil



Tuule kiiruse jaotuse kirjeldamiseks normaaljaotus ei sobi





Oluline (kuid mitte ainus) põhjus: normaaljaotus on sümmeetriline mingi punkti suhtes

Märksa paremini sobib Weibulli (Gnedenko) jaotus

$$f(u) = ku^{k-1}b^{-k} \exp\left[-\left(\frac{u}{b}\right)^k\right]$$

Weibulli jaotusel astmenäitaja üldisem

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$$

Mõlemad on
(i) eksponentfunktsioonid
(ii) sisaldavad kaht parameetrit

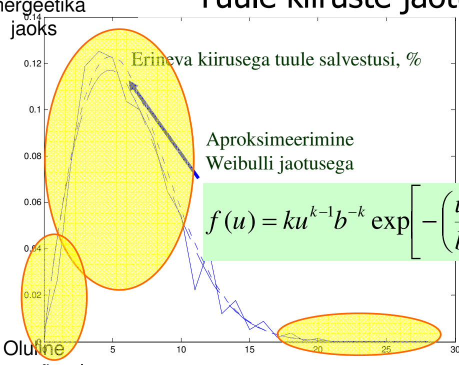
Weibulli jaotuse tihedus-funktsioon võrdeline *x*-ga teatavas astmes – ebasümmeetriline, =0, kui x=0 (nagu Poissoni jaotus)

$$f(x) = \frac{\lambda^K}{K!} e^{-\lambda}$$

K-täisarv, lambda – keskv.

Tuule kiiruste jaotus

Oluline tuule-energeetika jaoks



Erineva kiirusega tuule salvestusi, %

Aproksimeerimine Weibulli jaotusega

$$f(u) = ku^{k-1}b^{-k}\exp\left[-\left(\frac{u}{b}\right)^k\right]$$

Oluline rannamõnude seisukohalt

Oluline tormiennustuse jaoks

Vaid kaks parameetrit?

Aproksimeerimine Weibulli jaotusega $f(u) = ku^{k-1}b^{-k}\exp\left[-\left(\frac{u}{b}\right)^k\right]$

k - kuju parameeter; k=1 → eksponentsiaaljaotus parameetriga b

k=2 - Rayleigh jaotus (William Strutt, Lord Rayleigh).

b – scale/slope parameter (mastaabikordaja? Nõlva kalle?

Parameters of the Weibull distribution	b		k	
Direction/Measurement site	Vilsandi	Näsudden 38 m [18]	Vilsandi	Näsudden 38 m [18]
All winds	7.235	7.8	2.048	2.06
20°	6.6461	-	2.1892	-
45°	6.1484	6.5	2.1508	2.12
70°	5.2475	-	2.3199	-

Päris üldisel juhul: kolm parameetrit

$$f(u) = \frac{k}{b}\left(\frac{u-\gamma}{b}\right)^{k-1}\exp\left[-\left(\frac{u-\gamma}{b}\right)^k\right]$$

k - kuju parameeter; k=1 → eksponentsiaaljaotus parameetriga b

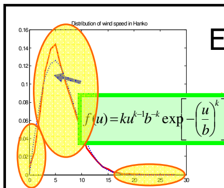
k=2 - Rayleigh jaotus (William Strutt, Lord Rayleigh).

b – scale/slope parameter (mastaabikordaja? nõlva kalle?)

γ – location parameter – nullkoha asukoha parameeter;

Tuule kiiruse & lainete kõrguse analüüsis võetakse γ=0

Ekstreemsed tuule kiirused: üsna lihtsalt hinnatavad?



Oluline tormiennustuse jaoks

Aproksimeerimine Weibulli jaotusega

$$f(u) = ku^{k-1}b^{-k}\exp\left[-\left(\frac{u}{b}\right)^k\right]$$

Tõenäosus selleks, et tuule kiirus ületaks kiiruse Um/s:

integraal [f(u)] vahemikus [U,lõpmatus]

$$P_{u>U} = F(U) = \exp\left[-(U/b)^k\right]$$

Weibulli jaotuse parameetrid?

$M\{u\} = b\Gamma(1+1/k)$ Tuule keskmine kiirus

$M\{u^2\} = b^2\Gamma(1+2/k)$ Tuule kiiruse ruutude keskmine

Mõõtmisintervall N tundi

Maksimaalne tuule kiirus N tundi kestvas tormis ajavahemikul N_{hours}: U võrrandist

$$P_{u>U} = N/N_{hours} \qquad P_{u>U} = F(U) = \exp\left[-(U/b)^k\right]$$

Gamma-funktsioon

$$\Gamma(n) = \int_0^\infty e^{-x}x^{a-1}dx$$

k=2 (Rayleigh jaotus)

$\Gamma(n+1) = n!$

Lihtne erijuht: Rayleigh jaotus (kuju parameeter k=2, tüüpiline Lääne/Põhja-Euroopa tuulte statistikas)

$M\{u\} = b\Gamma(1+1/k)$ k=2, vaja leida vaid üks parameeter – piisab tuule keskmisest kiirusest

$\Gamma(n+1) = n!$

$$\Gamma\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$$

Mõõtmisintervall N tundi

Maksimaalne tuule kiirus N tundi kestvas tormis ajavahemikul N_{hours}: U võrrandist

$$P_{u>U} = N/N_{hours} \qquad P_{u>U} = F(U) = \exp\left[-(U/b)^k\right]$$

Seega jõudsime lihtsa meetodini ekstreemsete tuule kiiruste hindamiseks

- (i) Leida tuule kiiruse keskväärtus ja tuule kiiruse ruutude keskmine
- (ii) Arvutada Weibulli jaotuse parameetrid (suhteliselt keerukas, aga teostatav katse-eksituse teel, või mõne programmeerja abiga)
- (iii) Leida formaalne tõenäosus, et tuul ületab mingi väärtuse *U*
- (iv) Interpreteerida seda tõenäosust vastavalt olemasolevate andmete iseloomule (mitu korda päevas mõõdetud jne.)
- (v) Kui on tarvis leida max. kiirus näiteks 1x50a, proovida erinevate *U* väärtustega – või paluda appi matemaatik
- (vi) Vajadusel teha sama erinevate suundade jaoks

Prooviks lahendada ülesannet...

Vilsandil on 1969-1999 tuuleandmete alusel (mõõdetud 8 korda päevas) leitud, et Weibulli jaotuse parameeter k= 1.8994 ja tuule keskmine kiirus 6.3 m/s.

Hinnata maksimaalset tuule kiirust (3 tunni keskmisena) üks kord 50 aasta jooksul.

$$M\{u\} = b\Gamma(1+1/k) = 6.3$$ k=1.8994

$$\Gamma(1+1/k) = 0.8874$$ b=7.0996

Aastas 365*8=2920 mõõtmist

50 aastat =~ 365*8=146 000 mõõtmist

Otsime tuule kiirust U, mille ületamise tõenäosus oleks ~1/146000

$$P_{u>U} = F(U) = \exp\left[-(U/b)^k\right] = 1/146000$$

$$-(U/b)^k = \ln\left(\frac{1}{146000}\right)$$

$$(U/b)^k = 11.8914$$

$$\ln(U/b) = \frac{\ln 11.8914}{k} = 1.3035$$

$$U/b = e^{1.3035} = 3.6822$$

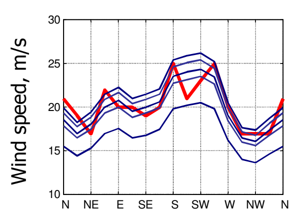
$$U = 3.6822 \times b = 26.1421$$ m/s

Tegelikult mõõdetud 30 a jooksul: 3x25 m/s, ei ühtegi korda 26-27 m/s, 5 korda 28 m/s, suuremaid pole mõõdetud

?? 28 m/s on ehk veidi liialdatud kolme tunni keskmisena??

Teooria ja tegelikkus: ???

Kotka



Punane: mõõdetud 1961-2001

Sinine: hinnatud 1xaastas, 10a, 20a, 50a, 100a

Veidi modifitseeritud ülesanne:

Vilsandil on 1969-1999 tuuleandmete alusel (mõõdetud 8 korda päevas) leitud, et Weibulli jaotuse parameeter k= 1.8994 ja tuule keskmine kiirus 6.3 m/s.

VAREM: Hinnata maksimaalset tuule kiirust (3 tunni keskmisena) üks kord 50 aasta jooksul.

Vastus: 26.1 m/s

NÜÜD: Hinnata maksimaalset tuule kiirust 10 minuti keskmisena üks kord 50 aasta jooksul, lugedes olemasolevad mõõtmistulemused juhuslikult jaotunuks

$M\{u\} = b\Gamma(1+1/k) = 6.3$ k=1.8994

$\Gamma(1+1/k) = 0.8874$ b=7.0996

Tunnis 6 kümneminutilist lõiku, päevas 144

Aastas keskmiselt 365.25*144=52596 lõiku

50 aastat =~ 52596*50=2629800 sellist lõiku

Otsime tuule kiirust U, mille ületamise tõenäosus oleks ~1/2629800

$$P_{u>U} = F(U) = \exp\left[-(U/b)^k\right] = \boxed{1/2629800}$$

$$-(U/b)^k = \ln\left(\frac{1}{2629800}\right)$$

(ainus erinevus)

Soomere 2010 Andmete Analüüs

---

b=7.0996

$$(U/b)^k = 14.7824$$

$$\ln(U/b) = \frac{\ln 14.7824}{k} = 1.4180$$

$$U/b = e^{1.418} = 4.1287$$

$$\boxed{U = 4.1287 \times b = 29.3 \quad \text{m/s}}$$

Tegelikult mõõdetud 30 a jooksul: 3x25 m/s, ei ühtegi korda 26-27 m/s, 5 korda 28 m/s, suuremaid pole mõõdetud

?? 28 m/s on ehk veidi liialdatud kolme tunni keskmisena??

Aga 29-30 on OK 10 minuti keskmisena

Soomere 2010 Andmete Analüüs

Mõned (vaikimisi) tehtud eeldused ehk veealused karid:

(i) Tuule kiiruse andmed: kas ka tegelikult peegeldavad tuule omadusi mõõtmiskordade vahel?

(ii) Kas Weibulli jaotus peegeldab piisavalt hästi väga tugevate tuulte omadusi (Gumbeli jaotus?)

(iii) Prognoositav ajavahemik ei tohiks väga palju ületada andmetega kaetud ajavahemiku pikkust

(iv) Saadud hinnang baseerub statistikal, kuid ekstreemsed tormid on üksiksündmused, millel oma käitumise loogika – ja see ei pruugi kajastuda statistika

(v) Erinevate suundade jaoks võib saada ebamõistlikke tulemusi: andmeid palju kordi vähem, ja ühest suunast puhuv tuul ei saa olla kangem kui üldine maksimum

(vi) (aga muidugi on olemas ka üldine metoodika nende ühtlustamiseks)

Gumbeli jaotus: tegelikult sobib paremini ekstreemsete asjade jaoks

$$f(x) = \frac{1}{b} e^{\pm\frac{x-\gamma}{b}} e^{-e^{\frac{x-\gamma}{b}}}$$

$$F(x) = \frac{k}{b}\left(\frac{x-\gamma}{b}\right)^{k-1} \exp\left[-\left(\frac{x-\gamma}{b}\right)^k\right]$$

Soomere 2010 Andmete Analüüs

Ekstreemsete tuulte hinnang Weibulli jaotuse parameetrite alusel

- Eeldab, et andmed peegeldavad hästi tuule kiirust 3 (6) tunni kestel
- Väga ligikaudne – väga tugevate tuulte esinemissagedus ei pruugi alluda Weibulli seadusele (Gumbeli jaotus!)
- Väheusaldatav üksikute suundade jaoks, kus mõõteandmeid vähe ja tulemused indikatiivsed
- Aga sobib suhteliselt sageli esinevate tuulte jaoks
- Oluline pluss: sobib kiirhinnanguks *b* ja *k* baasil

Soomere 2010 Andmete Analüüs

Üldine idee & tegevusplaan:

(i) Andmestiku analüüsi oluline samm: aproksimeerimine suht. lihtsa funktsiooniga (tõenäosusjaotusega)

(ii) Leida selle jaotuse parameetrid (tavaliselt üks või kaks)

(iii) Nende parameetrite ja tolle lihtsa funktsiooni abil leida ekstreemsete väärtuste hinnang (=kasutades olemasolevat matemaatilist aparaati

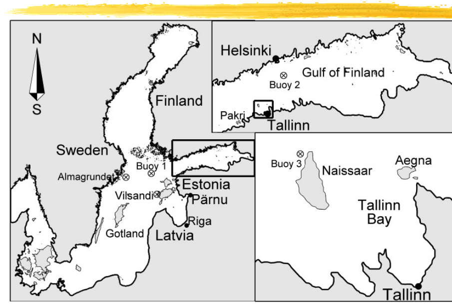
(iv) Kontrollida tulemust kaine mõistuse abil

Soomere 2010 Andmete Analüüs

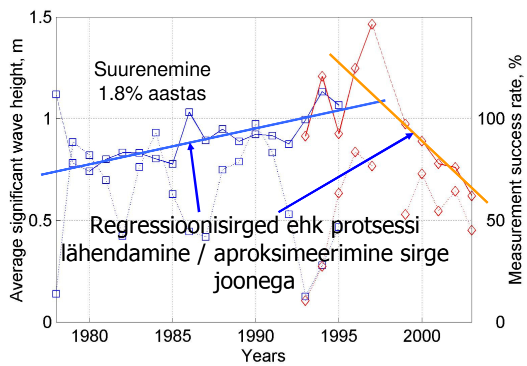
Lainetuse omaduste statistikast

ehk mõned matemaatilise statistika lihtsad rakendused

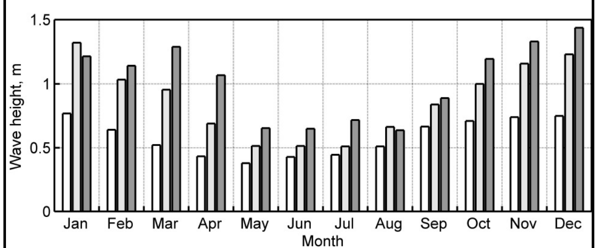
Suur osa informatsioonist pärineb vähestest kohtadest



Lainekõrguse muutlikkus (Almagrundet, 1978-2003, Broman et al., 2006, Oceanologia)

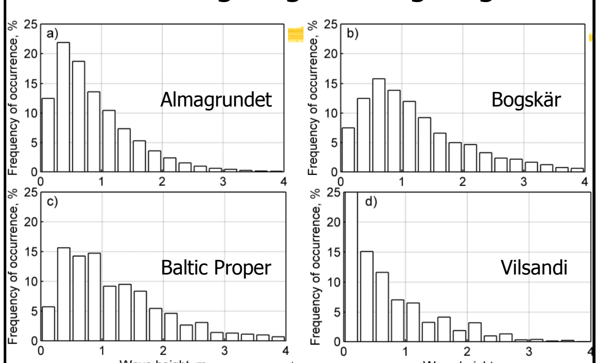


Lainekõrgus muutub tuule & aastaaja taktis



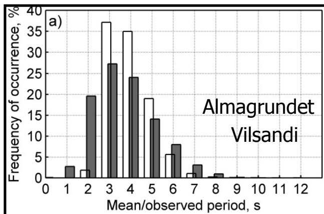
Vilsandi 1954-2005; Almagrundet (kaks seadet)

Laineid on igasuguse kõrgusega

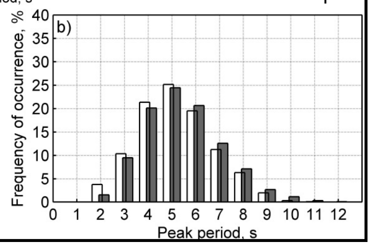


Heal lapsel mitu nime (aga liiga palju nimesid pole ka hea)

LAINEKÕRGUSE ISELOOMUSTAJA		$\frac{H}{H_{rms}}$	$\frac{H}{\sqrt{m_0}}$	$\frac{H}{H_s}$
Nimi	**Tähistus**			
Veepinna standardhälve	$\sigma = \sqrt{m_0}$	$1/\left(2\sqrt{2}\right)$	1	0,250
Ruutkeskmine lainekõrgus	H_{rms}	1,0	$2\sqrt{2}$	0,706
Mood (kõige sagedamini esinevate lainete kõrgus)	$\mu(H)$	$1/\sqrt{2}$	2	0,499
Mediaan (kõrgus, millest 50% laineid on kõrgemad ja 50% madalamad)	$H(P=1/2)$	$\sqrt{\ln 2}$	$2\sqrt{2\ln 2}$	0,588
Keskmine lainekõrgus	$\overline{H}$ või H_1	$\sqrt{\pi}/2$	$\sqrt{2\pi}$	0,626
Oluline lainekõrgus	H_s või $H_{1/3}$	1,416	4,005	1
10% kõrgeimate lainete keskmine kõrgus	$H_{1/10}$	1,80	5,091	1,271
1% kõrgeimate lainete keskmine kõrgus	$H_{1/100}$	2,359	6,672	1,666
Hiidlained				>2

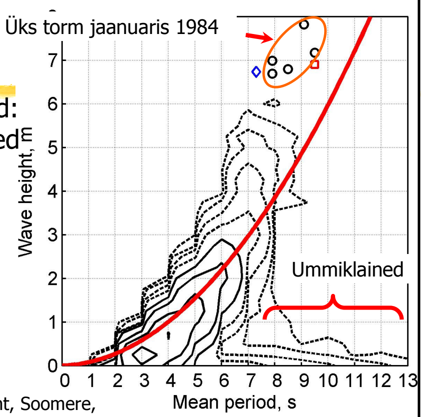


Bogskär
BalticProper



Laineid on ka igasuguste perioodidega

Lainekõrgus versus periood: enamasti lained lühikesed



Isojooned: 1, 3, 10, 33, 100, 330, 1000 ning 3300 juhtu, 1978-1995

Broman, Hammarklint, Soomere, Rannat, Valdmann, *Oceanologia* 2006

Lainete kõrguste tõenäosused: nagu tõenäosused ikka

$$P(H > \hat{H}) = \frac{n}{N}$$

#laineid kõrgusega üle $\hat{H}$

Laineid kokku

Erinevatel lainetel erinevad perioodid → erinevates tormides erinev statistika

Olulisel kohal: ruutkeskmine lainekõrgus $H_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} H_i^2}$

Lainekõrguste jaotus kitsa spektri korral: Rayleigh jaotus $P(H \geq \hat{H}) = F_R = \exp\left[-\left(\frac{\hat{H}}{H_{rms}}\right)^2\right]$

Tõenäosused jaotustihedusest

$$P(H \geq \hat{H}) = \exp\left[-\left(\frac{\hat{H}}{H_{rms}}\right)^2\right]$$

$$P(H \geq \hat{H}) = \frac{n}{N} \qquad \frac{n}{N} = \exp\left[-\left(\frac{\hat{H}}{H_{rms}}\right)^2\right]$$

Oluline: vaid üks parameeter!

$$\ln\frac{N}{n} = \left(\frac{\hat{H}}{H_{rms}}\right)^2 \qquad \hat{H} = H_{rms}\sqrt{\ln\frac{N}{n}}$$

Kui oodata lõpmata kaua, võib tulla lõpmata kõrge laine?

Tõenäosusega *p* esineb *N* laine seas laine kõrgusega, mis ületab järgmise läve: $\hat{H} = H_{rms}\sqrt{\ln\frac{N}{pN}} = H_{rms}\sqrt{\ln\frac{1}{p}}$

Ülesanne

Mõõdeti 400 lainet ja arvutati nende ruutkeskmine kõrgus H_{rms}

Eeldades, et laineväli on Rayleigh jaotusega, leida:

(i) mitu lainet on kõrgemad kui $2H_{rms}$

(ii) lainete mediaankõrgus (ehk kõrgus, millest parajasti pooled lained on kõrgemad) võrreldes ruutkeskmise lainekõrgusega

(iii) kõrgus, mille ületab ainult üks laine.

Lahendus I

(i) mitu lainet on kõrgemad kui $2H_{rms}$

$$P(H \geq \hat{H}) = \frac{n}{N} \qquad \frac{n}{N} = \exp\left[-\left(\frac{\hat{H}}{H_{rms}}\right)^2\right]$$

Laineid kokku 400

$\hat{H} = 2H_{rms}$

$$n = 400\exp\left[-\left(\frac{2H_{rms}}{H_{rms}}\right)^2\right] = \frac{400}{e^4} \approx 7.3 \approx 7$$

(ligikaudu 2 % kõigist lainetest ehk iga viiekümnes laine)

Lahendus II

(i) lainete mediaankõrgus (ehk kõrgus, millest parajasti pooled lained on kõrgemad) võrreldes ruutkeskmise lainekõrgusega

$$P\left(H \ge \hat{H}\right) = \frac{n}{N} \qquad \frac{n}{N} = \exp\left[-\left(\frac{\hat{H}}{H_{rms}}\right)^2\right]$$

Laineid kokku 400

$n = N/2 = 200$

Tõenäosusega *p* esineb *N* laine seas laine kõrgusega, mis ületab järgmise läve:

$$\hat{H} = H_{rms}\sqrt{\ln\frac{N}{pN}} = H_{rms}\sqrt{\ln\frac{1}{p}}$$

$p = 0.5$

$$H_{50\%} = H_{rms}\sqrt{\ln\frac{1}{0.5}} = H_{rms}\sqrt{\ln 2} \approx 0.833 H_{rms}$$

Lahendus III

(iii) kõrgus, mille ületab ainult üks laine.

$$P\left(H \ge \hat{H}\right) = \frac{n}{N} \qquad \frac{n}{N} = \exp\left[-\left(\frac{\hat{H}}{H_{rms}}\right)^2\right]$$

Laineid kokku 400

Tõenäosusega *p* esineb *N* laine seas laine kõrgusega, mis ületab järgmise läve:

$$\hat{H} = H_{rms}\sqrt{\ln\frac{N}{pN}} = H_{rms}\sqrt{\ln\frac{1}{p}}$$

$p = 1/400$

$$H_{50\%} = H_{rms}\sqrt{\ln 400} \approx 2.45 H_{rms}$$

$2H_{rms}$

Lainekõrgused Rayleigh jaotus – Weibulli jaotuse erijuht Longuet-Higgins (1952)

$$f(u) = ku^{k-1}b^{-k}\exp\left[-\left(\frac{u}{b}\right)^k\right]$$

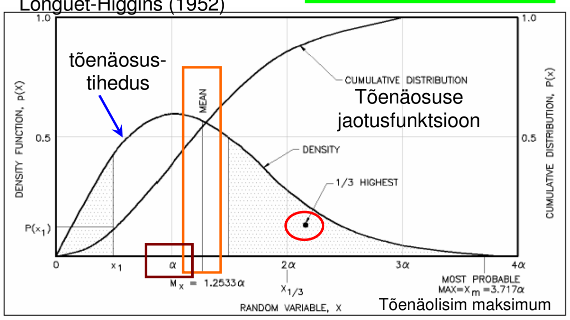
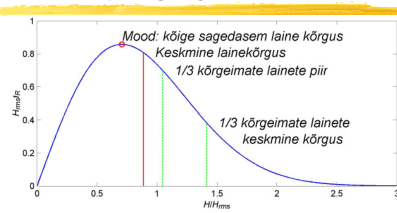


Figure II-1-29. The Rayleigh probability density and cumulative probability distribution (x = α corresponds to the mode)

Rayleigh jaotus II



$$f_R = \frac{d}{dH}P\left(H < \hat{H}\right) = \frac{d}{dH}\left(1 - F_R\right) = -\frac{dF_R}{dH} = \frac{2\hat{H}}{H_{rms}^2}\exp\left[-\left(\frac{\hat{H}}{H_{rms}}\right)^2\right] = \frac{2\hat{H}}{H_{rms}^2}F_R$$

Praktilisi näpunäiteid

$H_{\max} \approx 1.86 H_{1/3}$ juhul, kui laineid oli 1000

Kui salvestati N lainet ning Hs on teada, siis kõige tõenäolisem laine maksimaalne kõrgus on:

$$\frac{H_{\max}}{H_{rms}} = \left[\sqrt{\log N} + \frac{0.2886}{\sqrt{\log N}} - \frac{0.247}{\sqrt{(\log N)^3}}\right]$$

(Hrms on ruutkeskmine lainekõrgus!!)

ja seda seost saab kasutada mingi (pikema) aja jooksul ette tuleva kõrgeima laine kõrguse hindamiseks, **kui lainete periood on teada** – M.S.Longuet-Higgins 1952)

NB! Selliselt antud & analüüsitud informatsioon lainetuse kohta EELDAB; ET RAYLEIGH JAOTUS KEHTIB!!!