

## Loengupäev 9

### Järeltöö ülesannete lahendused

Soomere 2010

EMH0090 Rannikuprotsessid

## Harjutus: kontrolltöö ülesanded

TTÜ 1

(2p) Skitseerige rannapiirkonna profiil luidete jalamist paguveerannani

Materjal: loeng 1 (sissejuhatus)

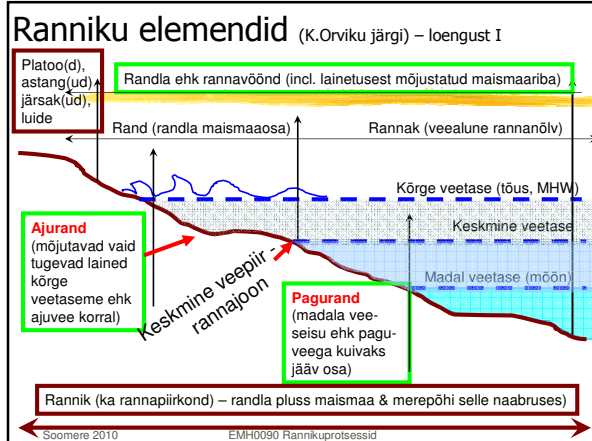
Mereakadeemia 1

(1p) Mis on dispersiooniseose mõte?

Materjal: loeng 2 (vedeliku liikumise võrrandid)

Soomere 2010

EMH0090 Rannikuprotsessid



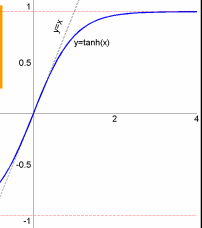
## Dispersiooniseose päritolu ehk valikute puudumine

Dispersiooniseos: rajaülesande lahenduvuse tingimus ehk KÕIK selle klassi lained rahuldavad seda

Füüsikaline mõte: laine parameetreid ei saa valida vabalt; laine periood/sagedus on määratud lainepikkusega

$$\omega(\vec{k}) = \omega(k, l) = \sqrt{\left(g\kappa + \frac{\sigma}{\rho}\kappa^3\right) \tanh(\kappa H)}$$

$$\kappa = \sqrt{k^2 + l^2} \quad (\text{incl. pindpinnevus})$$



Soomere 2010

EMHC

## Lainete perioodid/sagedused pole

juhuslikud!  $\eta = a \sin(kx + ly + \omega t)$

Enamasti on lainete periood/sagedus ja pikkus (ka levikusuund) omavahel seotud!

### DEFINITSIOON

DISPERSIOONISEOS on seos lainete leviku suuna ja pikkuse ning lainete perioodi või sageduse vahel

Lineaarses lähenduses amplituud pole seotud laine muude omadustega!

$$\omega = \omega(k, l)$$

$$\omega^2 = N_0^2 \frac{k_1^2 + k_2^2}{k_1^2 + k_2^2 + n^2} \quad \text{siselained}$$

Rossby lained

$$\omega(k, l) = \frac{-k}{k^2 + l^2 + a^2}$$

mittelineaarne Schrödingeri võrrand  $\omega(\vec{k}) = |\vec{k}|^\alpha$

Soomere 2010

EMH0090 Rannikuprotsessid

## Kontrolltöö ülesanded II

TTÜ 2

(1p) Mis vahe on Navier-Stokesi ja Euleri võrranditel?

Materjal: loeng 2 – vedeliku liikumise võrrandid

Mereakadeemia 2

(1p) Millistel tingimustel taandub üldine pidevuse võrrand kujule  $\text{div} \vec{u} = 0$ ?

Soomere 2010

EMH0090 Rannikuprotsessid

$$\rho \frac{Du_x}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho g_x + \mu \Delta u_x$$

Navier-Stokesi võrrand → Euleri võrrand

**Viskoossus hüljatav  $\mu = 0$  (hõõrdevaba)**  
(meres ja atmosfääris samuti enamasti OK, lainetuse puhul tavaline lähendus)

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = -\vec{\nabla}p + \rho \vec{g}$$

Mere ja atmosfääri paneb liikuma rõhu gradient!

**Hõõrdevaba & kokkusurumatu vedelik = ideaalvedelik**

(meres ja atmosfääris ikka veel enamasti OK, v.a. põhja ja randade lähistel)

Soomere 2010

EMH0090 Rannikuprotsessid

Massi jäävuse seadus: pidevuse võrrand

massi muutus piirkonnas  $V = \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = - \int_A \rho \vec{u} \cdot d\vec{A}$   
sisse- ja väljavoolu bilanss

Gauss-Ostrogradski teoreem  $\int_A \vec{F} d\vec{A} = \int_V \text{div} \vec{F} dV$

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = - \int_V \text{div}(\rho \vec{u}) dV \Leftrightarrow \int_V \left[ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{u}) \right] dV = 0$$

Piirkond  $V$  on suvaline →  $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{u}) = 0$

$\rho(x, y, z, t) = \text{const}$

$$\text{div} \vec{u} = 0 \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

Soomere 2010

EMH0090 Rannikuprotsessid

Kaks fundamentaalset printsiipi:

(i) massi jäävuse seadus → pidevuse võrrand

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{u}) = 0 \quad \rho(x, y, z, t) = \text{const}$$

$$\text{div} \vec{u} = 0 \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

(ii) Mitmesuguste jõudude mõju & Newtoni seadus ehk impulsi jäävuse seadus → Cauchy võrrandid → Navier-Stokesi võrrandid → Euleri võrrandid

$$\rho \frac{Du_x}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho g_x + \mu \Delta u_x$$

Mere ja atmosfääri paneb liikuma välisjõud + rõhu gradient!

Soomere 2010

EMH0090 Rannikuprotsessid

### Kontrolltöö ülesanded III

Mereakadeemia 3

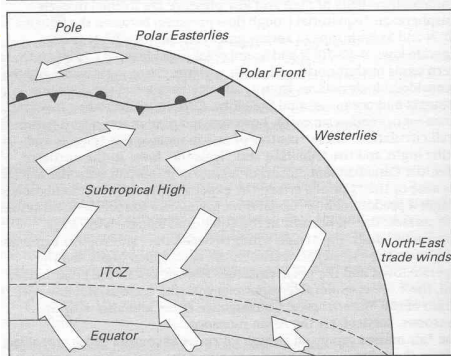
(2p) Selgitage, kuidas toimub meie laiuskraadidel tsüklonite kujunemine

Materjal: prof. Keevalliku loengust

Soomere 2010

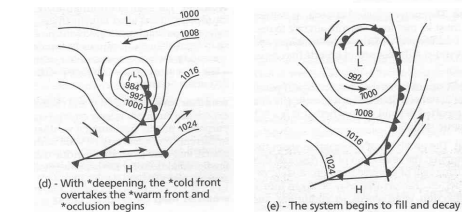
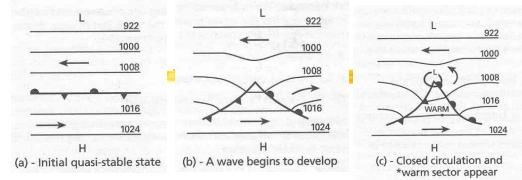
EMH0090 Rannikuprotsessid

### Tuulesüsteemid aluspinnal lähedal põhjapoolkera suve ajal



Soomere 2010

EMH0090 Rannikuprotsessid



Soomere 2010

EMH0090 Rannikuprotsessid

## Kontrolltöö ülesanded IV

TTÜ 3

(1p) Selgitage, mille poolest erineb laineline liikumine vedru võnkumisest

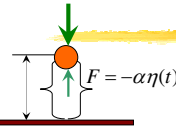
Materjal: loeng 2 –vedeliku liikumise võrrandid

Soomere 2010

EMH0090 Rannikuprotsessid

## Vedru võnkumine

Eeldus: tasakaaluasendist välja viidud kehale mõjuv (tagastav) jõud võrdeline nihke suurusega



$$F = m\ddot{a} = m \frac{d\dot{v}}{dt}$$

Newtoni seadus  $m \frac{d^2\eta(t)}{dt^2} = -\alpha\eta(t)$

Kirjutatuna veidi teisiti  $\frac{d^2\eta(t)}{dt^2} = -\omega^2\eta(t) \quad \omega = \sqrt{\frac{\alpha}{m}}$

(harilik diferentsiaalvõrrand)  $\eta(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$   
(või eksponent, kui tagastav jõud teismärgiline)

A – amplituud  
 $\omega$  - ringsagedus  
 $\varphi$  - (alg)faas

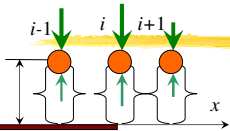
Soomere 2010

EMH0090 Rannikuprotsessid

## Laine versus vedru

Eeldused:

palju seotud vedrusid;  
Igale kehale mõjuv jõud võrdeline suhtelise nihkega naabrite suhtes



$$F_i = F_{i1} + F_{i2} \quad F = m\ddot{a} = m \frac{d\dot{v}}{dt}$$

$$F_{i1} = -\alpha\eta_i + \alpha\eta_{i-1}$$

$$F_{i2} = -\alpha\eta_i + \alpha\eta_{i+1} \quad F = -\alpha\eta(t)$$

$$m \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = F_i = \alpha\eta_{i-1} - 2\alpha\eta_i + \alpha\eta_{i+1}$$

diferentsiaalvõrrand?

Vedrud piisavalt lähedastikku  $\rightarrow$  arendus Taylori ritta  $x$  järgi  $\rightarrow$

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = \omega^2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \quad \text{D'Alembert'i võrrand (teist järku osatuletistega lineaarne diferentsiaalvõrrand)}$$

Üks lahenditest:  $\eta(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$  (lainelahend)

NB!! Aga ainult siis, kui  $\omega = \pm vk$  Seega ei saa kõiki laine parameetreid vabalt valida (dispersiooniseos)

Soomere 2010

EMH0090 Rannikuprotsessid

## Mis liigub laines?

(Keskkond (materjal) ise oluliselt ei liigu)

Põhiliselt liigub energia;  
seega

**laine = nähtus, mille puhul energia levib keskkonnas ilma, et keskkond oluliselt liiguks või ümber kujuneks.**

Tegelikult liiguvad:

- I. Energia – põhiliselt
- II. Keskkonna osakesed – veidi
- III. Laineharjad (faas)

Lained võivad olla:

- I. Progressiivsed lained – energia liigub mingis suunas
- II. Seisulained (energia paikneb mingis piirkonnas)

Soomere 2010

EMH0090 Rannikuprotsessid

## Kontrolltöö ülesanded V

Mereakadeemia 4

(2p) Võrrelge meretaseme muutuse iseloomu Eestis, Läänemere lõuna- ja põhjaosas (näiteks Leedu ja Soome näitel)

Materjal: loengust meretaseme kohta

Soomere 2010

EMH0090 Rannikuprotsessid

## Veetaseme muutumise komponendid

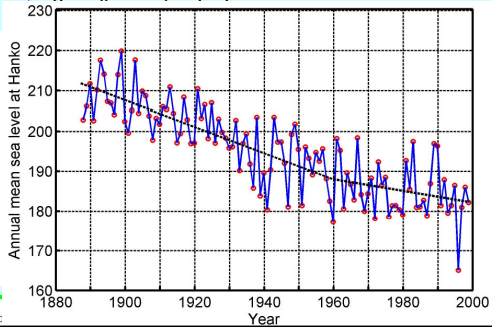
- > Pikaajaline muutlikkus (trend):  $\geq 10$  a
  - > (ja selle muutumine)
- > (Kvaasi)perioodiline muutlikkus
  - > perioodid  $\frac{1}{2}$  päeva – [10] aastat
- > (kvaasi)perioodilise muutlikkuse struktuur
  - > aastane käik
  - > tõusu-mööna amplituudide regulaarne muutumine
- > ekstreemsed kõrg- ja madalveeseisud
  - > ekstreemsed väärtused, nende statistika, ekstreemse veeseisu kestvus, korduvus jne.
- > lühiajalise muutlikkuse muutumine

Soomere 2010

EMH0090 Rannikuprotsessid

## Veetaseme muutumise komponendid

▶ Pikaajaline muutlikkus (trend):  $\geq 10$  a

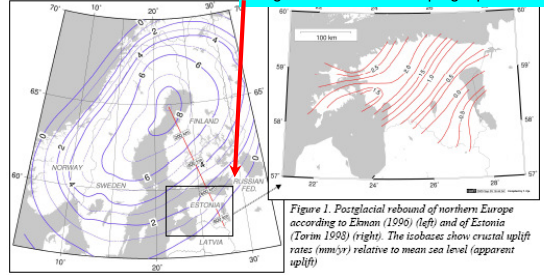


Sc

## Läänemere põhjaosa: enamasti maakoore kerkib

Noticeable crustal movements in Estonia northern Europe (fig.1).

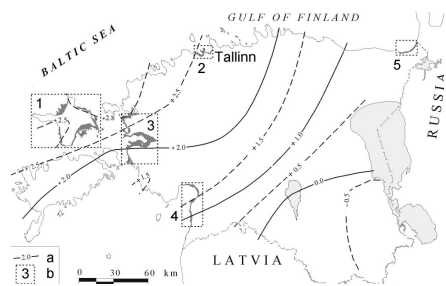
On pigem juhus, et maakoore tõus on Kroonlinna kandis üsna tagasihoidlik ning „null” enam-vähem paigal püsinud.



Ekman, M. (1906) A consistent map of the postglacial uplift of Fennoscandia. Terra Nova, 8, 158-165

Torin, A. (1998) Renovation of the Estonian Levelling Network. Estonian Land Board, Development Centre (unpublished report) Soomere 2010 EMH0090 Rannikuprotsessid

## Eesti: maa tõuseb (mm/aaastas)



Kaart: Suursaar et al., 2004

Soomere 2010

EMH0090 Rannikuprotsessid

## Kontrolltöö ülesanded VI

TTÜ 4

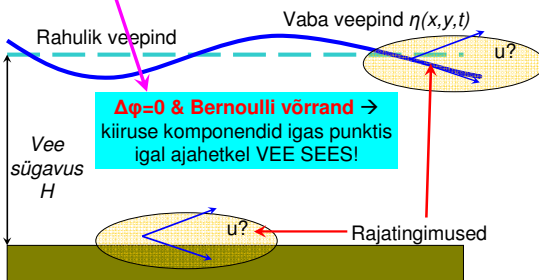
(2p) Esitage pinnalainete rajaülesande matemaatiline formuleering

Materjal: loeng 3: sissejuhatus laineteooriasse

Soomere 2010

EMH0090 Rannikuprotsessid

## Pöörisevaba, hõõrdevaba .... jne. vee liikumine meres



Ülesanne: leida kiiruse potentsiaal igal hetkel igas vee punktis

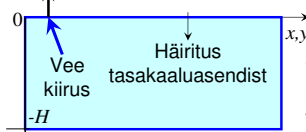
Soomere 2010

EMH0090 Rannikuprotsessid

## Kinemaatiline rajatingimus

Veepinna muutumise kiirus

$$\text{Vee pind üldkujul } F(x, y, z, t) = z - \eta(x, y, t) = 0$$



Veepinna muutumise kiirus == pinnal paikneva veeosakese liikumise kiirus

z > teisisõnu, vabal pinnal paiknevad osakesed ei sukeldu

$$w = \frac{Dz}{Dt} = \frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} + v \frac{\partial \eta}{\partial y}$$

Väikeste veepinna kalletel korral võib ära jätta

▶ Kõval rajapinnal (põhjas) paiknevad osakesed liiguvad piki kõva rajapinda (põhja)

$$w = \left. \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|_{z=-H} = 0$$

Soomere 2010

EMH0090 Rannikuprotsessid

### Dünaamiline rajatingimus

Vee pinna muutumise kiirus

Vee pind üldkujul  $F(x, y, z, t) = z - \eta(x, y, t) = 0$

- Kinemaatilises rajatingimuses vee pind määratu
- Peamine probleem vaba pinnaga ülesannetes: raja paiknemise määramine
- Loogiline nõue: rõhk vabal pinnal peab olema kõikjal sama
- Pöörisevabade liikumiste puhul saame kasutada Bernoulli võrrandit – mis kehtib kogu veega täidetud alas, seega ka vabal rajal

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} |\vec{u}|^2 + \frac{p}{\rho} + gz = F(t)$$

Soomere 2010 EMH0090 Rannikuprotsessid

### Rajatingimused

Bernoulli funktsioon pinnal

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{p - p_0}{\rho} + gz = 0 \quad g\eta + \frac{\partial \phi}{\partial t} \Big|_{z=\eta} = 0$$

Atmosfääri rõhk  $p_0$

Vaba vee pind  $\eta(x, y, t)$

Laplace'i võrrand  $\Delta \phi = 0$  & Bernoulli võrrand

$$\frac{\partial \eta(x, y, t)}{\partial t} \Big|_{z=0} \cong w \Big|_{z=\eta} \cong \frac{\partial \phi}{\partial z} \Big|_{z=\eta}$$

(osakesed ei sukeldu)

$$w = \frac{\partial \phi}{\partial z} \Big|_{z=-H} = 0$$

Soomere 2010 EMH0090 Rannikuprotsessid

### Kontrolltöö ülesanded VII

MEREAKADEEMIA 5

(2p) Võrrelge veeosakeste liikumise iseloomu (kiirused, trajektoorid, kiiruse vertikaalkomponent) lõpmata sügavas ja lõpliku sügavusega vees

Materjal: loeng 3: sissejuhatus laineteooriasse

Soomere 2010 EMH0090 Rannikuprotsessid

### Kiiruse moodul sügavas vees ( $H = \infty$ )

$$V(z) = \sqrt{u^2 + w^2} = \frac{agk}{\omega} e^{kz}$$

- Sõltub ainult laine parameetritest ja veeosakese asukoha sügavusest
- Kahaneb eksponentsiaalselt sügavuse suurenedes
- Kindla sügavuse jaoks konstantne nii ajas kui ruumis
- Maksimaalne väärtus vee pinnal

$$V_{\max} = \frac{agk}{\omega} = \frac{ag}{c_f}$$

Soomere 2010 EMH0090 Rannikuprotsessid

### Veosakeste liikumine laine sees sügavas meres

Vee sügavus  $> L/2$

$$u = \frac{agk}{\omega} e^{kz} \cos(kx + \omega t)$$

$$w = \frac{agk}{\omega} e^{kz} \sin(kx + \omega t)$$

Soomere 2010 EMH0090 Rannikuprotsessid

### Veosakeste liikumine laine sees realistlikus meres

Lõpliku sügavusega meri

Vee sügavus  $< L/2$

Maksimaalne horisontaalkiirus pinnal sama, kui samade parameetritega laines lõpmata sügavas vees; maksimaalne vertikaalkiirus  $\tanh(kH)$  võrra väiksem

Vertikaalsuunaline kiirus kahaneb sügavuse suurenedes kiiremini kui horisontaalsuunaline

Põhjas ainult horisontaalsuunaline kiirus

Soomere 2010 EMH0090 Rannikuprotsessid

## Kontrolltöö ülesanded VII

### MEREAKADEEMIA 5

(2p) Võrrelge veeosakeste liikumise iseloomu (kiirused, trajektoorid, kiiruse vertikaalkomponent) lõpmata sügavas ja lõpliku sügavusega vees

Materjal:

	Sügav	Madal
Kiirused (abs. väärtus)	Konstantne	Pulseeruv
Trajektoorid	Ringid	Ellipsid
Verti. komponent	=horis.komp.	<horis.komp.

Soomere 2010

EMH0090 Rannikuprotsessid

## Kontrolltöö ülesanded VIII

### TTÜ 5

(2p) Tõestage (lähtudes dispersiooniseosest), et sügavas vees liiguvad pikemate lainete harjad kiiremini kui lühemate lainete harjad

Materjal: loeng 3 sissejuhatus laineteooriasse + koduste ülesannete analüüs

Soomere 2010

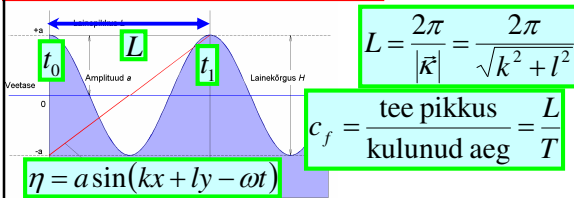
EMH0090 Rannikuprotsessid

## Kiirus I: liiguvad laineharjad

### DEFINITSIOON

FAASIKIIRUS on laineharjade leviku kiirus

$$T = t_1 - t_0 = \frac{2\pi}{\omega}$$



$$L = \frac{2\pi}{|k|} = \frac{2\pi}{\sqrt{k^2 + l^2}}$$

$$c_f = \frac{\text{tee pikkus}}{\text{kulunud aeg}} = \frac{L}{T}$$

$$\eta = a \sin(kx + ly - \omega t)$$

Ülesanne: leida faasikiirused madala ja sügava vee jaoks

$$c_f = \frac{L}{T} = \frac{2\pi/\kappa}{2\pi/\omega} = \frac{\omega}{\kappa} = \frac{\omega}{\sqrt{k^2 + l^2}}$$

Soomere 2010

EMH0090 Rannikuprotsessid

## Kodused ülesanded:

➤ Sügavas meres levivad kõrvuti kaks lainet, mõlemad 1 meetri kõrgused, kuid laine 1 on kaks korda järsem kui laine 2. Kumba laine harjad liiguvad kiiremini?

Laine 1: amplituud 0.5, pikkus  $L_1$   
Laine 2: amplituud 0.5, pikkus  $L_2$

$$\omega(\kappa) = \sqrt{g\kappa}$$

Laine 1 2x järsem:  $\frac{a}{L_1} = 2 \frac{a}{L_2}$   $L_2 = 2L_1$  2. Laine pikem

$$c_f = \frac{L}{T} = \frac{2\pi/\kappa}{2\pi/\omega} = \frac{\omega}{\kappa} = \frac{\omega}{\sqrt{k^2 + l^2}} \quad ? \quad c_f = \sqrt{\frac{g}{\kappa}} = \sqrt{\frac{g}{2\pi}} L \approx \frac{\sqrt{L}}{0.8}$$

Pikema laine harjad liiguvad kiiremini →

Laine 2 harjad liiguvad kiiremini

Soomere 2010

EMH0090 Rannikuprotsessid

## Kontrolltöö ülesanded IX

### MEREAKADEEMIA 6

(2p) Laine faasikiirus madalas vees on 8 m/s. Leida vee sügavus.

$$c_f = \frac{\omega}{k} = \frac{k\sqrt{gH}}{k} = \sqrt{gH} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\sqrt{gH} = c_f \Rightarrow gH = c_f^2 \Rightarrow H = \frac{c_f^2}{g} \approx \frac{64}{9.81} \approx 6.5 \text{ m}$$

Soomere 2010

EMH0090 Rannikuprotsessid

## Kontrolltöö ülesanded X

### TTÜ 6

(4p) Laine energiatihedus sügavas vees on 10 kJ/m<sup>2</sup> ja energia voo tihedus 50 kW/m. Leida laine periood.

Materjal\_ loeng 3 sissejuhatus laineteooriasse

Soomere 2010

EMH0090 Rannikuprotsessid

## Laineenergia levi: lainete energia voog

### DEFINITSIOON

Lainete ENERGIA VOOG on laineenergia ja selle leviku kiiruse korrutis

$$P = Ec_g \left[ \frac{W}{m} \right]$$

(sageli hüütakse ka võimsuseks/võimsustiheduseks)

Lainete energia voog (võimsus) iseloomustab, kui intensiivselt lained energiat transpordivad

Pikemad lained transpordivad energiat intensiivsemalt kui lühemad, kuna nende rühmakiirus on suurem

$$c_g = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g}{k}} = \sqrt{\frac{g}{8\pi}} \sqrt{L}$$

ssid

## Energia ja selle voog → periood?

$$E = \frac{\rho g a^2}{2} \left[ \frac{J}{m^2} \right]$$

$$E = 10 \text{ kJ/m}^2$$

$$P = Ec_g \left[ \frac{W}{m} \right]$$

Energia voog = 50 kW/m

$$P = Ec_g \Rightarrow c_g = \frac{P}{E} = \frac{50000}{10000} = 5 \frac{m}{s}$$

$$c_g = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g}{k}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g}{2\pi}} \sqrt{L}$$

$$\omega = \sqrt{gk} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \sqrt{g \frac{2\pi}{L}} \Rightarrow T = \sqrt{\frac{2\pi}{g}} \sqrt{L}$$

$$\sqrt{L} = 2c_g \sqrt{\frac{2\pi}{g}}$$

$$T = \sqrt{\frac{2\pi}{g}} 2c_g \sqrt{\frac{2\pi}{g}} = 2c_g \frac{2\pi}{g} \approx 6.4 \text{ s}$$

Soomere 2010

EMH0090 Rannikuprotsessid

## Kontrolltöö ülesanded XI

MEREAKADEEMIA 7

(3p) Laine pikkus 10 m sügavuses vees on 50 m. Kas seda saab vaadelda lainena sügavas või madalas vees? Põhjendada dispersiooniseose alusel

Materjal: lainete omaduste matemaatiline kirjeldamine

(1) L=50m, H=10m (2) T=15s, H=500m (3) L=50m, H=1km

$$\text{Keskne parameeter: } kH = \frac{2\pi H}{L} \approx 6.28 \frac{H}{L} \quad kH = \frac{2\pi * 10}{50} \approx 6.28 * 0.2 \approx 1.26$$

Sügav:  $kH > 3$

Vahepealne:  $1/3 < kH < 3$

Madal:  $kH < 1/3$

Vahepealse sügavusega vesi!

Soomere 2010

EMH0090 Rannikuprotsessid

## Kontrolltöö ülesanded XII

TTÜ:

(3p) Leida 100 m pikkuse ja 1 m kõrguse laevalaine rühmakiirus ja selle poolt poolt tekitatud maksimaalne vee kiirus 10 m sügavuses vees

Materjal: loeng 3 (lainete matemaatiline kirjeldus)

$$kH = \frac{2\pi H}{L} \approx 6.28 \frac{H}{L}$$

$$kH = \frac{2\pi * 10}{100} \approx 6.28/10 \approx 0.63$$

Sügav:  $kH > 3$

Vahepealne:  $1/3 < kH < 3$

Madal:  $kH < 1/3$

Vahepealse sügavusega vesi!

Soomere 2010

EMH0090 Rannikuprotsessid

## Rühmakiiruse ja faasikiiruse suhe

Madal vesi

$$h < \frac{L}{6\pi} \approx L/20$$

$$\omega(\vec{k}) = k\sqrt{gH}$$

$$c_f = c_g = \sqrt{gH} = \text{const}$$

Sügav vesi

$$H > \frac{3L}{2\pi} \approx L/2$$

$$\omega(\vec{k}) = \sqrt{gk}$$

$$c_f = \sqrt{\frac{g}{k}}$$

$$c_g = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g}{k}} = \frac{1}{2} c_f$$

$$\omega(\vec{k}) = \sqrt{gk \tanh(kH)}$$

$$\frac{1}{2} c_f \leq c_g \leq c_f$$

$$c_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{\omega}{2k} \left( 1 + \frac{2kH}{\sinh 2kH} \right) = \frac{c_f}{2} \left( 1 + \frac{2kH}{\sinh 2kH} \right)$$

## Kontrolltöö ülesanded XII

TTÜ:

(3p) Leida 100 m pikkuse ja 1 m kõrguse laevalaine rühmakiirus ja selle poolt poolt tekitatud maksimaalne vee kiirus 10 m sügavuses vees

Materjal: loeng 3 (lainete matemaatiline kirjeldus)

$$kH = \frac{2\pi H}{L} \approx 6.28 \frac{H}{L}$$

$$kH = \frac{2\pi * 10}{100} \approx 6.28/10 \approx 0.63$$

Vahepealse sügavusega vesi!

$$\omega(\vec{k}) = \sqrt{gk \tanh(kH)} = 0.5859 \text{ rad/s}$$

$$c_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{\omega}{2k} \left( 1 + \frac{2kH}{\sinh 2kH} \right) = \frac{c_f}{2} \left( 1 + \frac{2kH}{\sinh 2kH} \right) = 8.29 \text{ m/s}$$

Soomere 2010

EMH0090 Rannikuprotsessid

## Kiiruse moodul reaalses meres

$$V_{\max}(z) = \sqrt{u^2 + w^2} = \frac{agk}{\omega \cosh kH} \times \sqrt{\cos^2(kx - \omega t) + \sinh^2 k(z + H)}$$

Pinnal (z=0)  $V(0) = \frac{agk}{\omega \cosh kH} \sqrt{\cos^2(kx - \omega t) + \sinh^2 kH}$

Kiiruse moodul pulseerub nii pinnal kui põhjas!!

Põhjas (z=-H)  $V(z = -H) = \frac{agk}{\omega \cosh kH} |\cos(kx - \omega t)|$

Vee kiirus: **maksimaalsed väärtused pinnal z=0**

## Maksimaalsed kiirused: pinnal!

Vee kiirus: **maksimaalsed väärtused pinnal z=0**

$$V(0) = \frac{agk}{\omega \cosh kH} \sqrt{\cos^2(kx - \omega t) + \sinh^2 kH}$$

$$V(0)(\max) = \frac{agk}{\omega \cosh kH} \sqrt{1 + \sinh^2 kH} = \frac{ag}{c_f \cosh kH} \sqrt{1 + \sinh^2 kH}$$

$$\omega = 0.5859 \text{ rad/s}$$

$$k = 2\pi/L$$

$$H = 10 \text{ m}$$

$$a = 0,5 \text{ m}$$

$$V(0)(\max) = 0.526 \text{ m/s}$$

Soomere 2010

EMH0090 Rannikuprotsessid

## Kontrolltöö ülesanded XIII

Mereakadeemia 8

(1p) Mis on geostroofiline voolamine? Millised jõud on siis tasakaalus?

Materjal: prof. Keevalliku loengust

Soomere 2010

EMH0090 Rannikuprotsessid

## Tasakaaluline voolamine

Geostroofiline voolamine – rõhu gradientjõu tasakaalustab Coriolise jõud.

$$2\Omega \sin \varphi V = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n}$$

Gradientvoolamine – tasakaalus on rõhu gradientjõud, Coriolise jõud ja tsentrifugaaljõud.

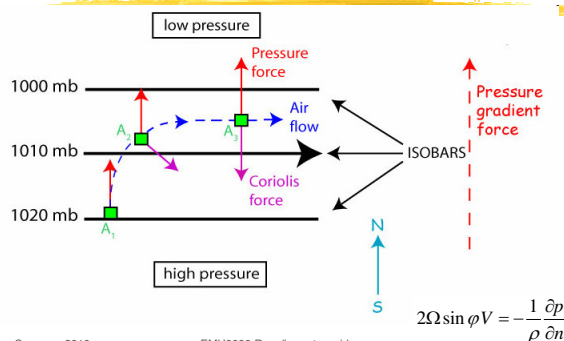
$$\frac{V^2}{R} + 2\Omega \sin \varphi V = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n}$$

Koordinaat n on liikumisega risti ja suunatud vasakule

Soomere 2010

EMH0090 Rannikuprotsessid

## Geostroofiline voolamine



Soomere 2010

EMH0090 Rannikuprotsessid

## Kontrolltöö ülesanded XIV

TTÜ 8

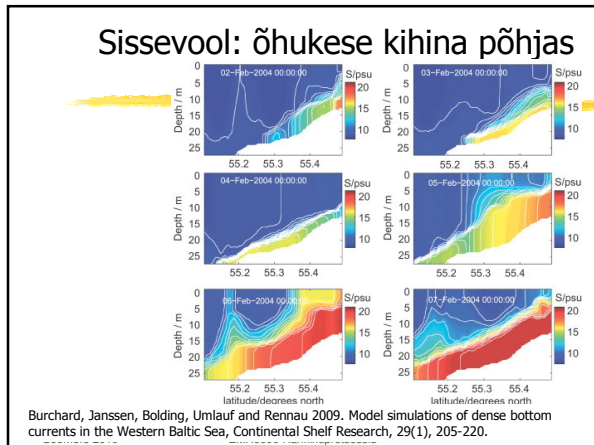
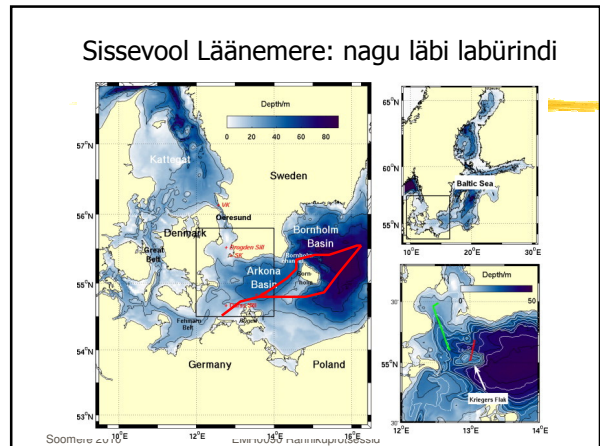
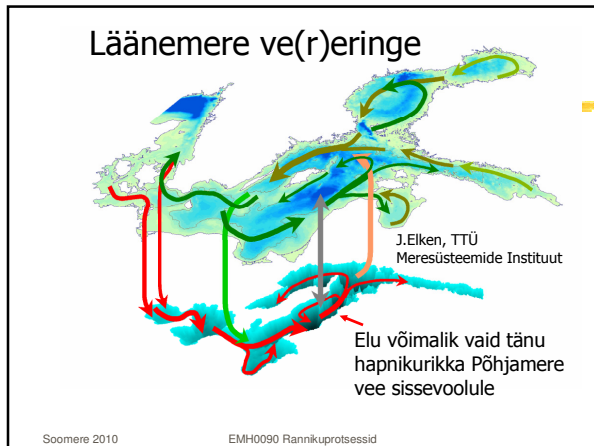
(1p) Selgitage, kuidas võinuks NordStreami gaasitoru paigaldus mõjutada soolase vee sissevoolu Põhjamerest Läänemerre.

Materjal: loomulikult Nord Streami käsitletud loengust

Soomere 2010

EMH0090 Rannikuprotsessid





### Kontrolltöö ülesanded XV

#### MEREAKADEEMIA 9

(3p) Selgitage, millistel tingimustel tohib kasutada seost faasikiirus=1.56T. Tõestage see seos lähtudes dispersiooniseosest.

Materjal: harjutustunnist loengus 3 (lainete matemaatiline kirjeldus)

Avaldame k dispersiooniseosest  $\omega = \sqrt{gk} \Rightarrow gk = \omega^2 \Rightarrow k = \frac{\omega^2}{g}$

ja asendame faasikiiruse avaldisse  $c_f = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega g}{\omega^2} = \frac{g}{\omega} = \frac{g}{2\pi} T \approx 1.56T$

Soomere 2010 EMH0090 Rannikuprotsessid

### Kontrolltöö ülesanded XVI

#### TTÜ 9

(4p) Veeosakeste kiirus sügava vee laines 10 m sügavusel on 1/4 analoogilisest kiirusest vee pinnal. Leida laine periood.

Materjal: koduste ülesannete lahendusest

Soomere 2010 EMH0090 Rannikuprotsessid

### Kiiruse moodul sügavas vees ( $H=\infty$ )

$$V(z) = \sqrt{u^2 + w^2} = \frac{agk}{\omega} e^{kz}$$

- > Sõltub ainult laine parameetritest ja veeosakese asukoha sügavusest
- > Kahaneb eksponentsiaalselt sügavuse suurenedes
- > Kindla sügavuse jaoks konstantne nii ajas kui ruumis
- > Maksimaalne väärtus vee pinnal  $V_{\max} = \frac{agk}{\omega} = \frac{ag}{c_f}$

Soomere 2010 EMH0090 Rannikuprotsessid

## Kontrolltöö ülesanded XVI

TTÜ 9

(4p) Veesakeste kiirus sügava vee laines 10 m sügavusel on  $\frac{1}{4}$  analoogilisest kiirusest vee pinnal. Leida laine periood.

Materjal: koduste ülesannete lahendusest

$$V(z) = \frac{agk}{\omega} e^{kz} \quad V(0) = \frac{agk}{\omega} \quad \frac{V(10)}{V(0)} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4} = e^{-10k} \Rightarrow 10k = \ln 4 \Rightarrow k = 0.1 \ln 4 = 0.1386$$

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{gk}} \approx 5.3879 \text{ s}$$

Soomere 2010

EMH0090 Rannikuprotsessid

## Kontrolltöö ülesanded XVII

Mereakadeemia 10

(3p) 100m pikkuste lainete energia voog sügavas vees on 50 kW/m. Leida laine kõrgus.

Materjal: lainete matemaatiline kirjeldus + varasemad ülesanded

Soomere 2010

EMH0090 Rannikuprotsessid

## Laineenergia levi: lainete energia voog

### DEFINITSIOON

Lainete ENERGIA VOOG on laineenergia ja selle leviku kiiruse korrutis

$$P = Ec_g \left[ \frac{W}{m} \right]$$

(sageli hüütakse ka võimsuseks/võimsustiheduseks)

Lainete energia voog (võimsus) iseloomustab, kui intensiivselt lained energiat transpordivad

Pikemad lained transpordivad energiat intensiivsemalt kui lühemad, kuna nende rühmaikiirus on suurem

$$c_g = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g}{k}} = \sqrt{\frac{g}{8\pi}} \sqrt{L}$$

ssid

## Energia voog + L → laine kõrgus?

$$P = Ec_g \left[ \frac{W}{m} \right] \quad \text{Energia voog} = 50 \text{ kW/m}$$

L=100 m; sügav vesi

$$E = \frac{h^2 \rho g}{8} \left[ \frac{J}{m^2} \right] \quad c_g = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g}{k}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{gL}{2\pi}} = 6.25 \text{ m/s}$$

$$E = \frac{h^2 \rho g}{8} \Rightarrow h = \sqrt{\frac{8E}{\rho g}} = \sqrt{\frac{8}{\rho g} P} = 2.55 \text{ m}$$

$$h = \sqrt{\frac{8}{\rho g} \frac{P}{\frac{1}{2} \sqrt{\frac{gL}{2\pi}}}} = \sqrt{\frac{8}{\rho g} \frac{2P\sqrt{2\pi}}{\sqrt{gL}}} = 4 \sqrt{\frac{P}{\rho g} \frac{\sqrt{2\pi}}{gL}} = 2.55 \text{ m}$$

Soomere 2010

EMH0090 Rannikuprotsessid